

# 自适应采样涡轮叶顶气热性能不确定性量化与敏感性分析研究

范志泽楷 许承天 张垚垣 李志刚 李军  
(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 为精确量化几何结构偏差与运行工况波动等多源不确定性, 对燃气涡轮动叶叶顶气热性能的影响, 发展了一种Sobol敏感性指数自适应采样多项式混沌方法, 通过测试函数验证了在精度相近条件下可有效减少计算样本数, 提高不确定性量化效率。开展了几何偏差(叶顶间隙、气膜孔孔径)和工况波动(主流进口总压、总温、气膜冷却吹风比)对GE-E<sup>3</sup>涡轮动叶气膜冷却凹槽状叶顶气动性能和气膜冷却效率的不确定性量化和敏感性分析研究, 探明了影响涡轮叶顶气热性能的关键参数。研究结果表明: 在多源不确定性输入作用下, 叶顶间隙泄漏量和下游总压损失系数高于110%设计值的概率分别为40.48%和17.28%, 气动性能鲁棒性较差; 叶顶气膜冷却效率低于90%设计值的概率仅为12.74%, 冷却性能鲁棒性较强。叶顶间隙主导了气动性能的不确定性, 对泄漏量和总压损失系数的总效应方差占比均在90%以上; 对于传热冷却性能, 叶顶间隙依然是主导因素, 方差占比达52.43%; 气膜孔孔径和主流总压的作用也不可忽略, 方差占比分别为24.91%和12.52%。该研究可为涡轮叶顶气热性能鲁棒性优化提供参考。

**关键词:** 燃气涡轮; 凹槽状叶顶; 气动性能; 气膜冷却效率; 自适应采样; 不确定性量化; 敏感性分析

中图分类号: V232.4 文献标志码: AA

文章编号: 0253-987X(XXXX)XX-0001-22

## Uncertainty Quantification and Sensitivity Analysis on Aerodynamic Performance of Turbine Blade Tip Using Adaptive Sampling

FAN Zhizekai, XU Chengtian, ZHANG Kaiyuan, LI Zhigang, LI Jun  
(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In order to accurately quantify the impact of multi-source uncertainties such as geometric structural deviations and operating conditions fluctuations on the aerothermal performance of gas turbine blade tips, an adaptive sampling polynomial chaos expansion method based on Sobol sensitivity indices is developed. Verified by test functions, the method effectively reduces the number of computational samples under comparable accuracy, thus improving the efficiency of uncertainty quantification. Focused on the GE-E<sup>3</sup> turbine blade film cooling squealer tip, uncertainty quantification

收稿日期: 2026-03-20。

and sensitivity analysis are performed to investigate the effects of geometric deviations (tip clearance, film cooling hole diameter) and operating condition fluctuations (mainstream inlet total pressure, total temperature, film cooling blowing ratio) on aerodynamic performance and film cooling effectiveness of the blade tip. The key parameters governing the aerothermal performance of the turbine blade tip are identified. The results show that, under the multi-source uncertain inputs, the probabilities of tip clearance leakage mass flow rate and downstream total pressure loss coefficient over 110% of their design values are 40.48% and 17.28% respectively, indicating poor robustness of aerodynamic performance. The probability of film cooling effectiveness at the tip below 90% of its design value is only 12.74%, demonstrating strong robustness of cooling performance. Tip clearance dominates the uncertainty in aerodynamic performance, with its total effect variance proportion exceeding 90% for both leakage mass flow rate and total pressure loss coefficient. For heat transfer and cooling performance, tip clearance remains the dominant factor, with a variance proportion of 52.43%. The effects of the film cooling hole diameter and mainstream total pressure are also non-negligible, accounting for 24.91% and 12.52% of the variance proportion, respectively. This research can provide a reference for the robustness optimization of turbine blade tip aerothermal performance.

**Keywords:** gas turbine; squealer tip; aerodynamic performance; film cooling effectiveness; adaptive sampling; uncertainty quantification; sensitivity analysis

燃气轮机广泛应用于航空航天、能源动力等领域。提升涡轮进口温度是提高燃气轮机效率与功率的关键。涡轮第一级动叶叶顶长期处于高温高压环境中,叶顶间隙泄漏流会造成气动损失、降低效率,同时加剧的热负荷,易导致叶顶的烧蚀。叶顶气热性能研究是燃气轮机的重要领域。国内外学者已围绕叶顶流动传热特性及气膜冷却效率开展了实验测量和数值模拟研究。Kwak等<sup>[1]</sup>采用瞬态液晶技术,实验测量了涡轮叶顶的传热系数。Ahn等<sup>[2]</sup>采用压敏漆技术,实验测量了叶顶的气膜冷却效率。杜昆等<sup>[3]</sup>数值研究了叶顶间隙和湍流强度对叶顶流动传热特性的影响。周治华等<sup>[4]</sup>数值研究了吹风比等参数对叶顶凹槽气膜冷却效果的影响。姜世杰<sup>[5-6]</sup>对多

种涡轮动叶叶顶结构的流动传热特性进行了系统性的数值研究。

当前的研究多基于固定边界条件与几何参数对燃气轮机性能开展确定性分析<sup>[7]</sup>,而在实际运行中,叶顶气热性能则受多种不确定性因素的影响。加工误差与服役磨损会使几何参数偏离设计值,这种几何不确定性会降低燃气轮机的制造合格率与使用寿命<sup>[8]</sup>。此外,主流压力、温度、湍动度及气流角等工况参数也会在一定范围内波动。在高温高压下,叶顶对几何与工况的微小变化十分敏感<sup>[9]</sup>,亟需开展叶顶气热性能的不确定性量化研究,以准确评估其对叶顶性能的影响。

为此,科研人员在涡轮叶顶气热性能研究中引入不确定性量化方法,以评

估几何偏差和工况波动对叶顶气热性能的影响。Montomoli 等<sup>[10]</sup>采用响应面法研究了涡轮叶顶间隙和圆角半径偏差对涡轮叶顶泄漏量及热负荷的影响。宋英杰等<sup>[11]</sup>发展了基于 Kriging 响应面和拉丁超立方采样的蒙特卡洛模拟方法,研究了主流总温、总压、湍流强度及冷气总压4个工况的波动对叶片换热性能的影响。De Maesschalck 等<sup>[12]</sup>采用随机配置法研究了叶顶间隙、凹槽深度和倒角半径偏差对叶顶气热性能的影响。Shi 等<sup>[13]</sup>采用多项式混沌方法以及 Sobol 敏感性分析方法研究了叶顶间隙、凹槽深度及边缘倒角等几何偏差对叶顶气热性能的影响。肖东等<sup>[14]</sup>采用 PCE 方法研究了凹槽深度、吹风比的不确定性对凹槽状叶顶气膜冷却特性的影响。罗佳奇等<sup>[15]</sup>对大量真实叶片的几何偏差进行了统计建模与来源识别。夏志恒等<sup>[16]</sup>发展了一种自适应稀疏网格的 PCE 模型,量化了来流角对叶栅能量损失系数的不确定性影响。Huang 等<sup>[17]</sup>构建了 UK-PCE 模型,研究了叶顶间隙、总温、总压、气流角4个不确定性输入对凹槽状叶顶的影响。

现有的涡轮动叶叶顶气热性能不确定性量化研究,常聚焦于几何偏差或工况波动中的一类,且多为二至四维分析,而综合考虑几何偏差及工况波动的五维不确定性量化研究较少,但此类研究对于揭示真实服役环境下,叶顶气热性能具有重要意义。PCE 方法可在较少样本下实现高精度预测,但在处理中、

高维度的问题时仍需面对维度灾难。为此,本文发展了一种 Sobol 敏感性指数自适应采样多项式混沌方法(AS-PCE),在精度相近的条件下降低了计算样本数,为综合考虑几何结构偏差和运行工况波动的五维不确定性量化研究提供了有效途径。

本文以 GE-E<sup>3</sup> 涡轮第一级动叶气膜冷却凹槽状叶顶为研究对象,采用所发展的 AS-PCE 方法,开展了叶顶间隙、主流进口总温、总压、气膜孔孔径及吹风比对叶顶气动性能和气膜冷却效率影响的不确定性量化和敏感性分析研究,旨在揭示多维度几何偏差和工况波动耦合作用对涡轮动叶气热性能的影响特性,为燃气涡轮叶顶鲁棒性的优化提供参考。

## 1 计算模型和数值方法

图1给出了 GE-E<sup>3</sup> 涡轮第一级计算模型,主要几何参数如表1所示<sup>[18]</sup>。其中,动叶叶顶为气膜冷却凹槽状叶顶,叶顶凹槽内设置了9个冷却气膜孔。

采用 ANSYS ICEM 生成多块结构化网格,如图2所示。叶片壁面及气膜孔附近采用 O 型网格剖分,以保证网格质量。采用 ANSYS CFX 数值求解三维雷诺平均-纳维-斯托克斯(RANS)方程的方法研究叶顶的气热性能,计算精度为二阶精度。

表2给出了数值计算的边界条件。叶片内部未单独构建冷气集气腔,表2中所给的单个气膜孔的冷气质量流量,

作为气膜孔进气的边界条件,9个气膜孔均匀分配流量。动叶转速设置为8450 r·min<sup>-1</sup>。

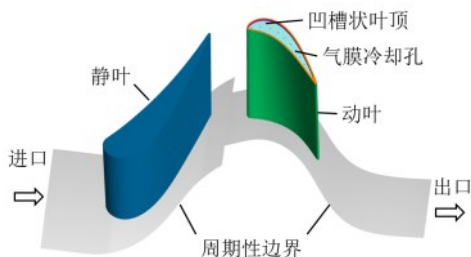


图1 气膜冷却凹槽状叶顶 GE-E<sup>3</sup>涡轮级计算域

Fig. 1 Computational domain of the GE-E<sup>3</sup> turbine stage with film cooling squealer tip

表1 GE-E<sup>3</sup>涡轮第一级计算模型的主要几何参数

Table 1 Main geometric parameters of the first-stage computational model for GE-E<sup>3</sup> turbine

| 几何参数    | 数值    |
|---------|-------|
| 静叶数量    | 46    |
| 动叶数量    | 76    |
| 轴向弦长/mm | 37.50 |
| 动叶高度/mm | 42.50 |
| 叶顶间隙/mm | 0.42  |
| 肩壁厚度/mm | 0.60  |
| 凹槽深度/mm | 0.84  |

边界层的网格增长率为1.2,第一层网格厚度为0.001mm以保证无量纲壁面距离 $y^+$ 小于1。针对所关注的叶顶区域进行网格加密,在保持第一层网格厚度不变的前提下,调整边界层网格

的增长率和最大网格尺寸,生成了网格节点数量分别为476万、776万、1 048万和1 257万的4套网格。图3展示了对这4套网格进行网格无关性验证的结果。由图可知,叶顶气膜冷却效率 $\eta$ 的分布大体相同;进一步定量分析叶顶平均气膜冷却效率的变化,发现当网格数量达到1 048万后,再增加网格数量,叶顶平均气膜冷却效率的变化小于1%,故采用1 048万网格进行后续的计算,以满足网格无关性的要求。

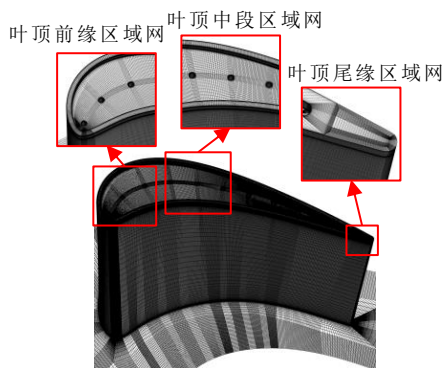


图2 涡轮动叶气膜冷却凹槽状叶顶计算网格

Fig. 2 Grid of turbine blade squealer tip with film cooling

本文采用多种湍流模型进行数值计算,并与实验结果进行对比,从而选择最符合实验结果的湍流模型进行后续的数值研究。Kwak等<sup>[18]</sup>以GE-E<sup>3</sup>原型的3倍放大模型为实验模型,叶顶凹槽内布置了13个气膜孔。该实验测量了气膜冷却凹槽状叶顶的气膜冷却效率分布,实验所采用的动叶叶顶结构如图4所示。本文构建了与文献[18]实验模型相

同的几何模型开展湍流模型验证计算。其中,气膜冷却效率 $\eta$ 的定义表达式为

表2 涡轮级计算模型边界条件(单位: computational model)

Table 2 Boundary conditions of turbine stage

| 边界条件 | 参数                                           | 数值     |
|------|----------------------------------------------|--------|
| 进口   | 总温 /K                                        | 709.0  |
|      | 总压 /kPa                                      | 344.74 |
|      | 入射角度/(°)                                     | 0      |
|      | 湍流强度/%                                       | 10     |
| 出口   | 静压 /kPa                                      | 141.44 |
|      | 冷气质量流量<br>( $\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$ ) | 0.075  |
|      | 冷气温度 /K                                      | 344.0  |

$$\eta = \frac{T_0 - T_{\text{aw}}}{T_0 - T_c} \quad (1)$$

式中:  $T_0$ 为主流进口温度;  $T_{\text{aw}}$ 为绝热壁面温度;  $T_c$ 为冷却气体进口温度。

采用标准  $k-\omega$  湍流模型和 SST  $k-\omega$  湍流模型时壁面网格  $y^+$  小于1, 采用标准  $k-\omega$  湍流模型和 RNG  $k-\omega$  湍流模型时, 壁面网格  $y^+$  为30~40。图5为分别使用4种湍流模型计算得到的叶顶气膜冷却效率等值线云图, 与实验结果的对比。由图可知, 4种湍流模型计算的气膜冷却效率均存在一定程度的偏大, 故在湍流模型选择过程中, 重点对比不同湍流模型对叶顶区域整体流场结构、冷气流向其覆盖范围的预测能力。标准  $k-\omega$  湍流模型对叶顶泄漏流动、分离与再附着等整体流场结构以及冷气射流流向的预测与实验结果最为吻合, 能够更合理地反映叶顶气膜冷却的真实物理机制, 故采用标准  $k-\omega$  湍流模型进行后续的数值计算研究。这与文献[14,17]采用标准  $k-\omega$  湍流模型对叶顶气热性能进行数值研究相一致。

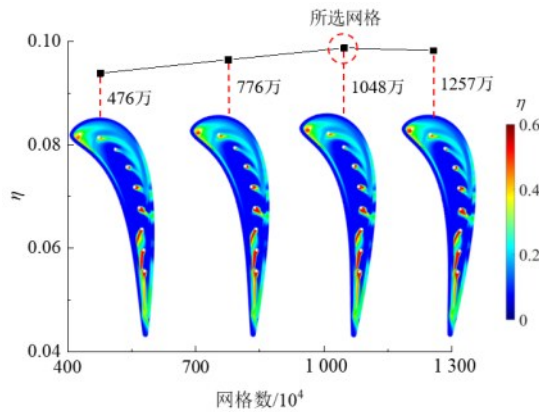


图3 涡轮动叶模型网格无关性验证

Fig. 3 Grid independence test for turbine blade model



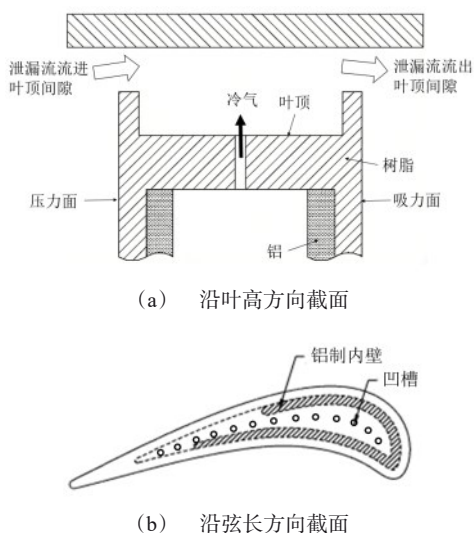


图4 气膜冷却凹槽状叶顶结构<sup>[18]</sup>

Fig. 4 Structure of film cooling squealer tip<sup>[18]</sup>

## 2 不确定性量化和敏感性分析方法

### 2.1 多项式混沌方法

多项式混沌方法 (PCE) 是一种基于正交多项式展开的随机代理模型, 可用于表示不确定性系统的输出, 进行高效不确定性传播。PCE 方法由 Wiener 提出<sup>[19]</sup>, 对服从正态分布的不确定性输入, 采用 Hermite 正交基构建 PCE。PCE 方法经其他学者的发展与完善, 通过采用不同的正交基构建的 PCE, 适应服从不同分布的不确定性输入<sup>[20]</sup>, 形成了广义多项式混沌方法<sup>[21]</sup>。相较于传统蒙特卡洛方法<sup>[22]</sup>, PCE 方法可以在保证计算精度的前提下大幅降低计算成本。

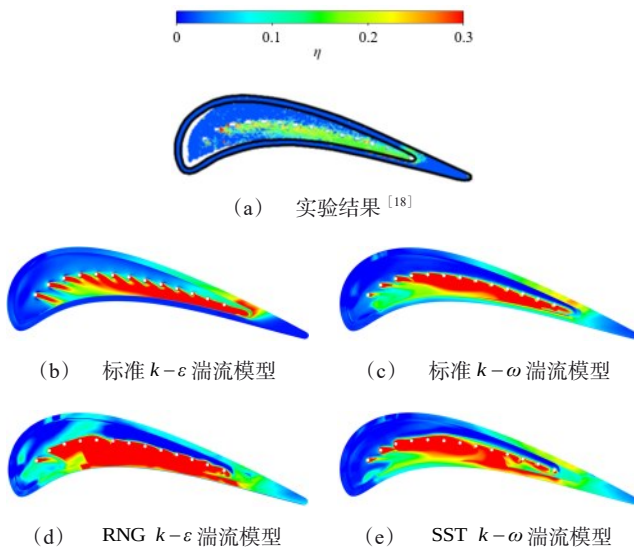


图5 4种湍流模型叶顶气膜冷却效率分布与实验测量对比

Fig. 5 Film cooling effectiveness comparison among four kinds of turbulence models and experimental data of squealer tip

以响应函数  $z=g(\mathbf{x}_{in}), \mathbf{x}_{in}=[x_1, \dots, x_j, \dots, x_d]$  为例, 根据混沌多项式理论将其展开。在实际运算过程中, 根据多项式的阶数  $P$ , 将展开式截断为有限项数的表达式为

$$z = \sum_{j=0}^P b_j \Phi_j(\xi) \quad (2)$$

式中:  $b_j$  为混沌多项式系数;  $\Phi_j$  为正交多项式, 对于服从正态分布的不确定性输入, 采用 Hermite 多项式<sup>[23]</sup>;  $\xi=[\xi_1, \dots, \xi_j, \dots, \xi_d]$ , 为标准随机向量。

求解展开式系数的方法主要有回归法和投影法<sup>[24]</sup>。得益于混沌多项式的数学性质, 求得混沌多项式系数后, 即可快速求出输出  $z$  的统计特性。其中, 均值  $\mu_z$  与方差  $\sigma_z^2$  的计算公式<sup>[25]</sup>为

$$\mu_z = E[z] = \sum_{j=0}^P b_j E[\Phi_j] = b_0 \quad (3)$$

$$\sigma_z^2 = E[z^2] - E[z]^2 = \sum_{j=1}^P b_j^2 E[\Phi_j^2] \quad (4)$$

式中:  $E$  为求期望的运算符。

混沌多项式项数  $N_{\text{term}}$  的计算式为

$$N_{\text{term}} = \frac{(p+d)!}{p!d!} \quad (5)$$

式中:  $p$  为多项式阶数;  $d$  为不确定性输入维度。

采用回归法求解混沌多项式系数时推荐采用多项式项数的 2 倍作为采样的样本数<sup>[26]</sup>。

## 2.2 Sobol 敏感性分析方法

Sobol 敏感性分析方法<sup>[27]</sup>是一种基

于方法分解的全局敏感性分析方法, 可以反映不确定性输入的波动及其交互效应对输出方差的贡献。本文采用 Sobol 方法进行全局敏感性分析, 以确定影响气膜冷却凹槽状叶顶气热性能的关键参数。将 Sobol 方法应用于 PCE, Sobol 敏感性指数计算式为

$$S_k = \frac{\text{Var}[z(\Psi_j(\theta))]}{\text{Var}[z(\Psi(\theta))]} \approx \frac{\sum_{k=I_k} a_k^2}{\sum_{i=1}^P a_k^2} \quad (6)$$

式中:  $S_k$  为第  $k$  个输入参数的 Sobol 敏感性指数;  $\text{Var}[z(\Psi_j(\theta))]$  为由该输入参数引起的系统响应的方差;  $\text{Var}[z(\Psi(\theta))]$  为系统响应的总方差;  $\sum_{k=I_k} a_k^2$  为正交多项式中, 包含第  $k$  个输入参数的展开项的系数平方和;  $\sum_{i=1}^P a_k^2$  为正交多项式除常数项外, 其余项的系数平方和。

## 2.3 Sobol 敏感性指数自适应采样 PCE 方法

为提高多参数不确定性量化问题的计算效率, 本文发展了一种 Sobol 敏感性指数自适应采样多项式混沌方法 (AS-PCE), 并将该方法应用于涡轮动叶气膜冷却凹槽状叶顶的气热性能不确定性量化研究中。AS-PCE 方法流程图 6 所示。

不同于通常采用的一次性采样, AS-PCE 方法在采样阶段引入了自适应采样技术以降低计算成本。除均值和方差外, 各不确定性输入参数对输出响应方差的贡献, 即敏感性指数, 也是不确定性量化与敏感性分析的重点, 故本文

采用Sobol敏感性指数对自适应采样过程进行指导。在自适应采样过程中,针对Sobol敏感性指数残差最大的维度,扩大局部开发加密采样范围,进行加密采样,即首次迭代添加样本数量为初始样本数量的10%,之后每次迭代时,加样比例递减,以保证采样增量的平稳。以一阶效应Sobol敏感性指数残差与总

效应Sobol敏感性指数残差之和为收敛判据,设置残差阈值为5%,当二者残差之和小于5%时停止继续采样。同时,设定最大迭代步数为20,确保采样过程可终止。该方法在有限计算成本下,最大化地获取样本空间的信息,以实现在保证精度的前提下提高了计算效率。

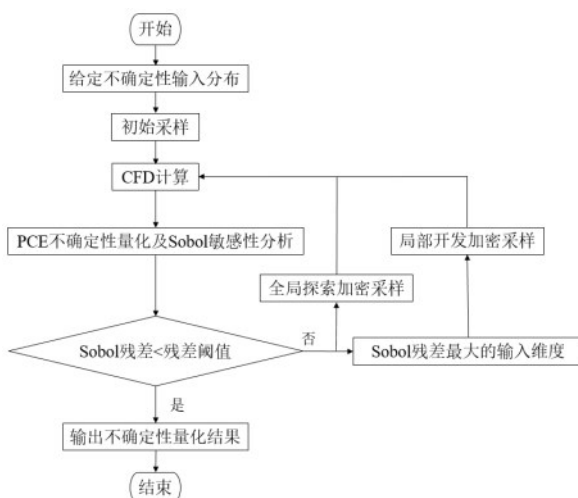


图6 Sobol敏感性指数自适应采样PCE方法流程图

Fig. 6 Flowchart of Sobol indices adaptive sampling PCE

## 2.4 Sobol敏感性指数自适应采样PCE方法数学验证

采用Ishigami函数和Borehole函数对AS-PCE方法的有效性进行数学验证。Ishigami函数具有强非线性及非单调性,被广泛应用于不确定性量化和敏感性分析方法的有效性验证。其函数表达式为

$$z = \sin x_1 + a \sin^2 x_2 + bx_3^4 \sin x_1 \quad (7)$$

式中:  $x_i, i=1, 2, 3$  为3个在  $[-\pi, \pi]$  上服从

均匀分布的不确定性变量; 系数  $a=1.0$ ;  $b=0.1$ 。

Borehole函数是一个输入参数数量级差异大的非线性8维测试函数。相较于其他常用的低维测试函数,该函数维度较高,可以较好地评估不确定性量化方法在中、高维问题中的表现。其函数  $f(\mathbf{x})$  的表达式为



$$f(x) = \frac{2\pi T_u(H_u - H_l)}{\ln(\frac{r}{r_w})(1 + \frac{2LT_u}{\ln(\frac{r}{r_w})r_w^2 K_w} + \frac{T_u}{T_l})} \quad (8)$$

式中:  $r_w$  为钻孔半径;  $r$  为影响半径;  $T_u$  和  $T_l$  分别为上部 and 下部含水层导水系数;  $H_u$  和  $H_l$  分别为上部含水层测压水头;  $L$  为钻孔长度;  $K_w$  为钻孔导水率。各参数的单位及所服从的分布如表 3 所示。

表 3 Borehole 函数变量及其分布

Table 3 Parameters and their distribution of Borehole function

| 参数                                             | 分布                             |
|------------------------------------------------|--------------------------------|
| 钻孔半径/m                                         | $N(0.10, 0.016 \ 181 \ 2)$     |
| 影响半径/m                                         | $\text{Log}N(7.71, 1.005 \ 6)$ |
| 上部含水层导水系数/( $\text{m}^2 \cdot \text{a}^{-1}$ ) | $U(63 \ 070, 115 \ 600)$       |
| 上部含水层测压水头/m                                    | $U(990, 1 \ 110)$              |
| 下部含水层导水系数/( $\text{m}^2 \cdot \text{a}^{-1}$ ) | $U(63.1, 116)$                 |
| 下部含水层测压水头/m                                    | $U(700, 820)$                  |
| 钻孔长度/m                                         | $U(1 \ 120, 1 \ 680)$          |
| 钻孔导水率/( $\text{m} \cdot \text{a}^{-1}$ )       | $U(9 \ 855, 12 \ 045)$         |

$N(\mu, \sigma)$  表示均值为  $\mu$ 、标准差为  $\sigma$  的正态分布;  $\text{Log}N(\mu, \sigma)$  表示均值为  $\mu$ 、标准差为  $\sigma$  的对数正态分布;  $U(a, b)$  表示范围从  $a$  到  $b$  的均匀分布。

表 4 Ishigami 函数测试结果对比

Table 4 Comparison of test results for Ishigami function

| 方法            | 样本数 | 均值相对误差/%                  | 方差相对误差/%          |
|---------------|-----|---------------------------|-------------------|
| AS-PCE        | 110 | $0.008 \ 4 \pm 0.005 \ 9$ | $0.102 \pm 0.077$ |
| 一次性采样 5 阶 PCE | 112 | $2.1 \pm 1.3$             | $12.1 \pm 4.1$    |
| 一次性采样 8 阶 PCE | 330 | $0.050 \pm 0.056$         | $0.37 \pm 0.23$   |

图 7 为使用 AS-PCE 计算的新样本点预测值与其实值的比较结果。其中, 横坐标  $Y_{\text{true}}$  为新样本点的实际值,

分别以 Ishigami 函数和 Borehole 函数作为系统的响应函数, 以 Sobol 敏感性指数指导自适应采样过程获取样本数据, 计算获得的测试结果对比如表 4、表 5 所示。表中, 均值、方差相对误差, 为不确定性量化方法计算值与函数解析值之间的相对误差; 该值为函数测试的评价指标, 经多次独立重复测试后, 结果以均值  $\pm$  标准差的形式表示。

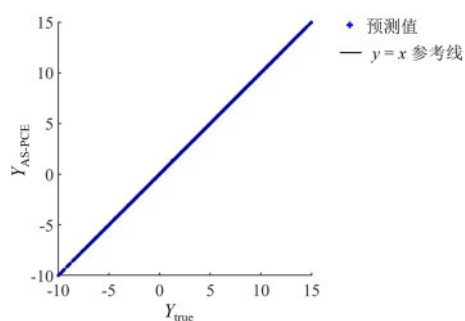
由表可知, 对各方法在 2 个测试函数上分别进行了 5 次独立重复性实验, 以增强结果可信度。可以看出, 对于 Ishigami 函数, AS-PCE 可以在总样本数与一次性采样 5 阶 PCE 相近的条件下达到与一次性采样 8 阶 PCE 相近的精度, 而一次性采样 5 阶 PCE 在该样本数下的结果几乎失真, 一次性采样 8 阶的 PCE 则需要 3 倍于 AS-PCE 的总样本数才能达到该精度。对于 Borehole 函数, AS-PCE 可以在比一次性采样 PCE 少约 17% 样本数的条件下达到相近的精度。上述结果表明, AS-PCE 相较于一次性采样 PCE, 可以在保证精度的条件下有效降低计算成本。

纵坐标  $Y_{\text{AS-PCE}}$  为 AS-PCE 的预测值。由图可知, 绘图点均在  $45^\circ$  参考线附近, 即预测值与实际值非常接近。

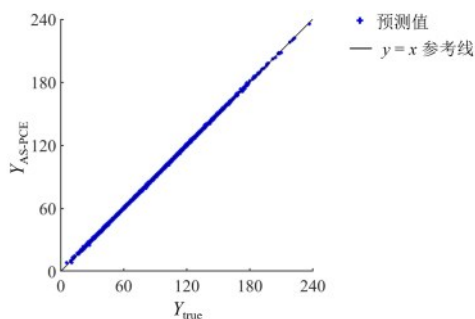
表5 Borehole函数测试结果对比

Table 5 Comparison of test results for Borehole function

| 方法         | 样本数 | 均值相对误差/%            | 方差相对误差/%          |
|------------|-----|---------------------|-------------------|
| AS-PCE     | 274 | $0.029 \pm 0.017$   | $0.164 \pm 0.031$ |
| 一次性采样3阶PCE | 330 | $0.0069 \pm 0.0054$ | $0.116 \pm 0.066$ |



(a) Ishigami函数验证



(b) Borehole函数验证

图7 Sobol敏感性指数自适应采样  
PCE方法有效性验证

Fig. 7 Effectiveness test of Sobol indices adaptive sampling PCE

进一步的定量结果显示, AS-PCE对Ishigami函数的拟合指数 $R^2$ 为0.999 995, 预测均值和方差的误差分别为0.008 0%和0.004 4%。AS-PCE对Borehole函数的拟合指数为0.999 841, 预测均值和方差的误差分别为0.053 9%和0.150 6%。上述结果表明: 本文所发

展的AS-PCE方法在2个测试函数中均表现出较高的预测精度, 且相较于一次性采样PCE可以在保证精度的条件下提高计算效率, 同时展示了该方法所具备的处理强非线性问题的能力, 验证了该方法在当前工程研究中, 普遍关注的维度范围内的有效性。

## 2.5 不确定性输入的选取及其分布

文献[10,12-13]的结果表明, 叶顶间隙是涡轮叶顶气热性能的主导因素。文献[11,17]的结果表明, 主流进口的总温主导了叶片换热性能。文献[28]的结果表明, 主流进口总压的波动主导了气动效率的不确定性; 而气膜孔孔径及吹风比也直接影响着冷却气体的流量和分布, 进而影响叶顶的传热冷却性能。故本文选取几何结构参数叶顶间隙 $S$ 、气膜孔孔径 $D$ , 以及运行工况参数主流进口总压 $P$ 、主流进口总温 $T$ 和气膜冷却吹风比 $M$ 共5个变量作为不确定性输入, 开展不确定性量化研究。参照文献[18], 本研究所采用的不确定性输入的概率密度函数如表6所示。

其中, 吹风比 $M$ 定义表达式为

$$M = \frac{\rho_c V_c}{\rho_0 V_0} \quad (9)$$

式中:  $\rho_c$ 、 $\rho_0$  分别为冷却气体、主流进口气体的密度;  $V_c$ 、 $V_0$  分别为冷却气体、主流进口气体的速度。

表6 不确定性输入分布

Table 6 Distribution of the uncertain inputs

| 不确定性输入     | 分布                 |
|------------|--------------------|
| 叶顶间隙/mm    | $N(0.42, 0.095)$   |
| 主流进口总压/kPa | $N(344.74, 20.32)$ |
| 主流进口总温/K   | $N(709.0, 17.241)$ |
| 气膜孔孔径/mm   | $N(0.5, 0.017)$    |
| 吹风比        | $N(1.0, 0.085)$    |

### 3 结果与讨论

#### 3.1 气膜冷却凹槽状叶顶流场结构

图8给出了动叶凹槽状叶顶三维流线和典型截面的马赫数  $Ma$  云图。三维流线图以不同颜色的流线呈现不同涡系; 马赫数云图展示的是叶顶凹槽内, 流动型态的空间分布特征。在叶片两侧压力差的驱动下, 叶顶间隙泄漏流从压力侧向吸力侧侵入叶顶间隙区域。在靠近前缘的  $I$  区域, 泄漏流在凹槽内形成压力侧角涡和刮削涡。在中部  $II$  区域(孔2至孔6附近), 这一对反向旋转的涡系构成流场骨架, 泄漏流穿过二者间的S型通道冲刷凹槽底面; 同时, 气膜孔流出的冷气冲击刮削涡涡核, 使其向

吸力侧偏移(图8中以第5个气膜孔处截面  $S_1$  的马赫数等值线云图为例示意); 部分泄漏流携带冷气跨越吸力侧肩壁, 与主流掺混形成泄漏涡。在中后部  $III$  区域(孔7附近往后), 刮削涡逐渐离开叶顶间隙, 压力侧角涡开始主导凹槽内的流场, 泄漏流对凹槽底面的直接冲击作用减弱。在尾部  $IV$  区域, 压力侧角涡完全充斥凹槽空间, 其阻塞作用使得泄漏流不再流经凹槽底面, 而是直接从上方间隙流过; 该区域内压力侧角涡卷吸了大部分射流冷气, 聚集在尾缘附近, 最终从叶顶流出并与泄漏涡混合。

#### 3.2 气动性能不确定性量化分析

以叶顶间隙泄漏量和总压损失系数表征气动性能。泄漏量  $m$  定义为净流过叶顶间隙压力侧入口面的质量流量。下压损失系数  $C_{pt}$  的计算表达式分别为

$$C_{pt} = \frac{p_{ref} - p_{total}}{p_{ref} - p} \quad (10)$$

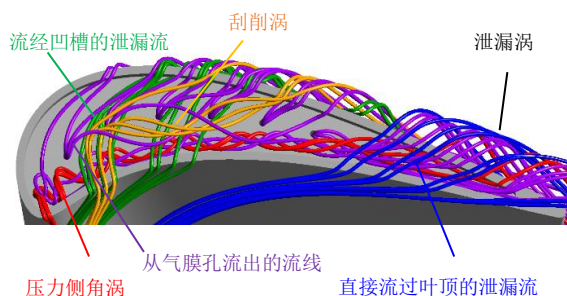
$$p_{ref} = \frac{m_{main} p_{total, 1} + \sum_i m_{ci} p_{total, ci}}{m_{main} + \sum_i m_{ci}} \quad (11)$$

式中:  $p_{total}$  为当地相对总压;  $p_{ref}$  为参考相对总压;  $p$  为当地静压;  $m_{main}$  为动叶通道主流进口流量;  $p_{total, 1}$  为动叶通道主流进口相对总压,  $m_{ci}$  为第  $i$  个冷气进口的质量流量;  $p_{total, ci}$  为第  $i$  个冷气进口的相对总压。

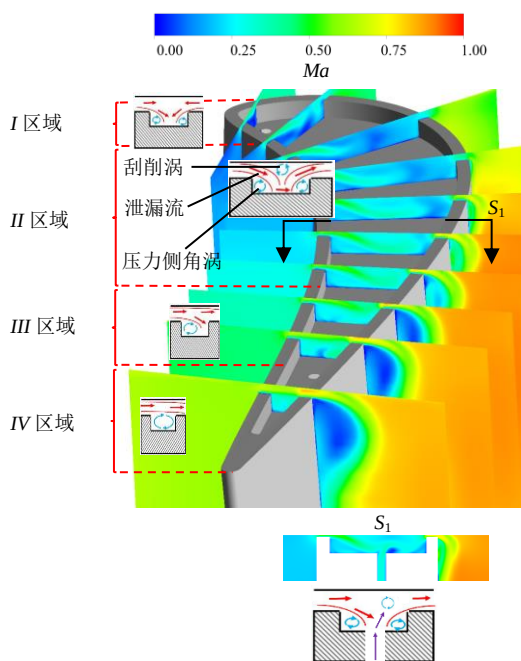
在不确定性输入的作用下, 叶顶间隙泄漏量  $m$  的均值为  $2.333 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ , 标准差为  $0.886 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ 。图9给出了  $m$  的统计

直方图,  $m$  均值与确定性工况下的设计值相近, 较设计值仅提高了 1.45%,

但  $m$  高于 110% 设计值的概率达 40.48%, 气动性能鲁棒性较差。



(a) 凹槽状叶顶泄漏流流场三维流线图



(b) 凹槽状叶顶截面马赫数等值线云图

图 8 叶顶泄漏流三维流线图及截面马赫数等值线云图

Fig. 8 3D streamline diagram of leakage flow field at blade squealer tip and cross-sectional Mach number contours

图 10 为泄漏量  $m$  沿轴向的分布。图中,  $x$  为沿轴向的相对位置;  $L$  为沿轴向的最大距离; 横坐标  $x \cdot L^{-1}$  表示沿叶

顶轴向的无量纲位置。由图可知, 整体上,  $m$  受不确定性输入的影响较大, 标准差为均值的 38%。除尾缘附近区域

外, 其余区域  $m$  的均值较大, 主要是由于其余区域泄漏流的流动方向与轴向夹角较大, 与压力面接近垂直; 而尾缘

区域, 泄漏流的流动方向与轴向夹角变小, 使得  $m$  的数值变小。

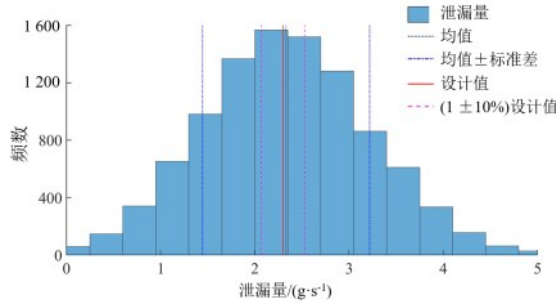


图9 叶顶间隙泄漏量统计结果

Fig. 9 Statistical results of tip clearance leakage mass flow

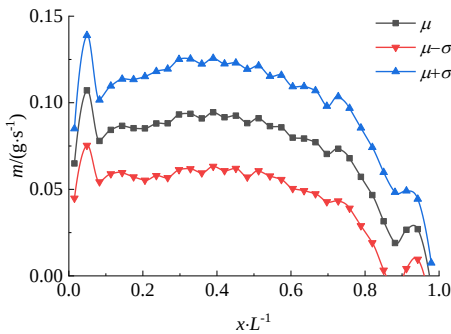


图10 叶顶间隙泄漏量的轴向分布

Fig.10 Distribution of tip clearance leakage flow rate along the axial direction

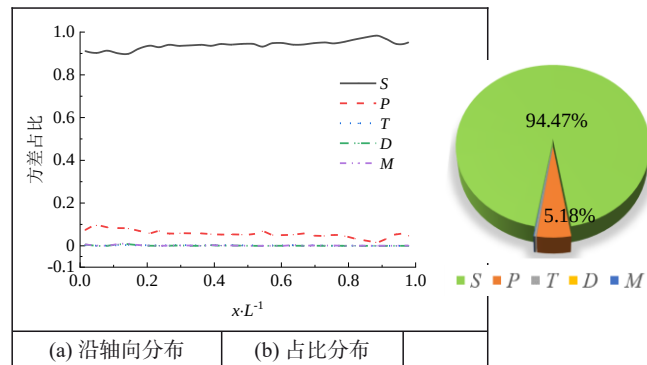
对泄漏量  $m$  进行敏感性分析, 图 11 给出了各不确定性输入对  $m$  的方差占比及沿轴向的分布。由图可知, 叶顶间隙  $S$  对  $m$  的一阶效应方差占比高达 95.11%, 总效应方差占比高达 94.47%, 且在整个轴向上对  $m$  的总效应方差占比均在 90% 以上, 主导了  $m$  的不确定性。

接着, 考察叶片下游 10% 弦长处

的总压损失系数  $C_{pt}$ 。在各不确定性输入的影响下,  $C_{pt}$  的均值为 0.122 4, 标准差为 0.014 8。图 12 给出了  $C_{pt}$  统计直方图,  $C_{pt}$  的均值与确定性工况下的设计值接近, 相差小于 1%,  $C_{pt}$  高于 110% 设计值的概率为 17.28%。综合考虑  $m$  和  $C_{pt}$ , 气动性能鲁棒性一般。

图11 各不确定性输入对叶顶间隙泄漏量的方差占比

Fig. 11 Variance proportion of various uncertain inputs to tip clearance leakage flow rate





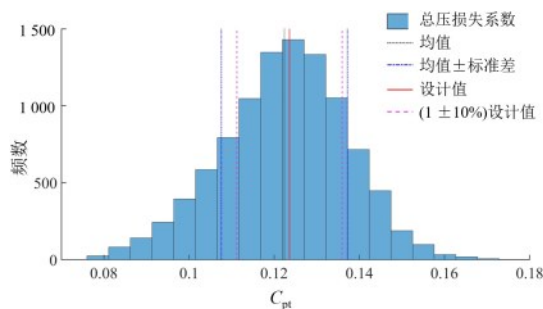


图12 总压损失系数统计直方结果

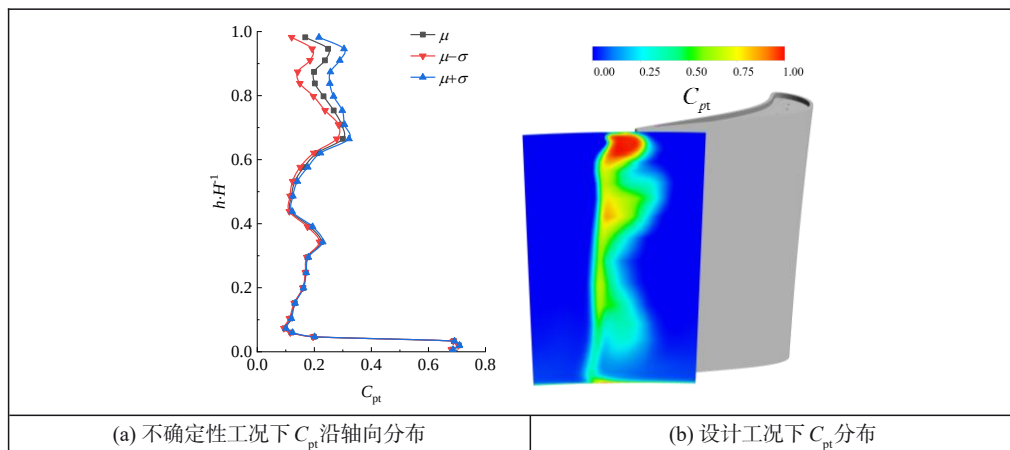
Fig. 12 Statistical results of total pressure loss coefficient

图13给出了 $C_{pt}$ 沿叶高方向的分布。图中, $h$ 为沿叶高方向的相对位置; $H$ 为沿叶高方向的最大距离;纵坐标 $h \cdot H^{-1}$ 表示沿叶高方向的无量纲位置。由图可知,在0.9和0.7倍叶高附近各有一个 $C_{pt}$ 的峰值,分别由泄漏涡和通道涡造成的能量耗散和总压损失所致。叶顶间隙的不确定性主要作用于叶顶附

近,通过泄漏涡,将不确定性传导至下游,故泄漏涡区域 $C_{pt}$ 的标准差较大,数值上可达均值的28.87%;而通道涡距离叶顶较远,受叶顶不确定性影响较小, $C_{pt}$ 的标准差仅为均值的8.18%;再往下的区域, $C_{pt}$ 基本不受不确定性输入的影响, $C_{pt}$ 标准差相较于均值很小。

图13 总压损失系数分布

Fig. 13 Distribution of total pressure loss coefficient

(a) 不确定性工况下 $C_{pt}$ 沿轴向分布(b) 设计工况下 $C_{pt}$ 分布

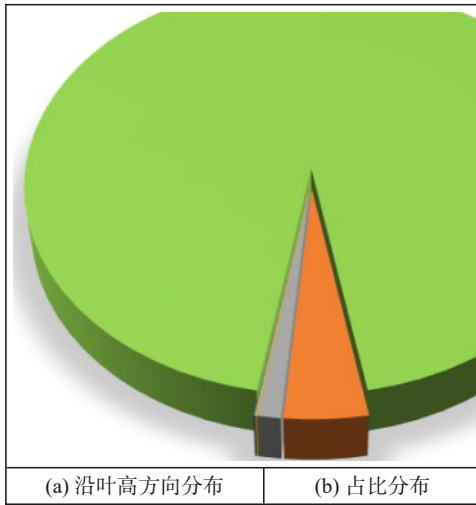
对 $C_{pt}$ 进行敏感性分析,图14给出了各不确定性输入对 $C_{pt}$ 总效应方差占比沿叶高方向的分布。叶顶间隙 $S$ 在

0.6倍叶高以上的区域,即泄漏涡和通道涡的区域,总效应方差占比最大;总压和总温在整个叶高方向上均有一定的

方差占比。结合图 13, 由于  $C_{pt}$  的方差在泄漏涡和通道涡区域数值较大, 通道涡以下区域  $C_{pt}$  的方差很小, 故  $S$  不仅在泄漏涡和通道涡区域的方差占比最大, 对整个下游平均  $C_{pt}$  的方差占比也是最大的,  $S$  的一阶效应方差占比高达 94.73%, 总效应方差占比高达 94.34%, 主导了  $C_{pt}$  的不确定性。

图 14 各不确定性输入对总压损失系数的方差占比

Fig. 14 Variance proportion of uncertain inputs to total pressure loss coefficient

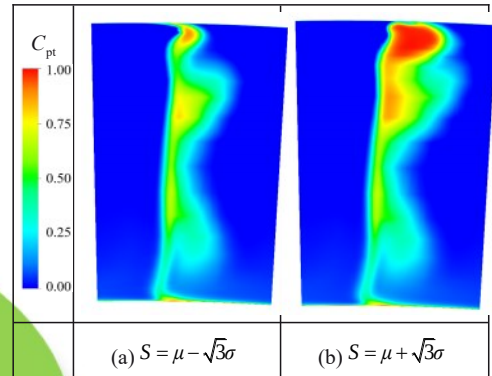


由于叶顶间隙  $S$  对下游总压损失系数  $C_{pt}$  的总效应方差占比最大, 即  $S$  主导了  $C_{pt}$  的不确定性, 因此进一步考察  $S$  对  $C_{pt}$  的作用机理, 计算  $S$  在设计值上、下  $\sqrt{3}\sigma$  下的  $C_{pt}$ , 结果如图 15 所示。  $S$  偏差主要通过叶顶间隙泄漏流和泄漏涡作用于下游  $C_{pt}$ 。  $S$  的增大, 会导致

泄漏流的增加、泄漏涡能量损失的增加,  $C_{pt}$  的增大; 当  $S$  减小时, 泄漏涡显著减小,  $C_{pt}$  减小。

图 15 不同叶顶间隙下总压损失系数的分布

Fig. 15 Distribution of total pressure loss coefficient at different blade tip clearances



## 膜冷却效率不确定性量化分析

在不确定性输入作用下, 凹槽状叶顶冷却效率  $\eta$  进行不确定性量化分析的计算式如式(1)所示。在不考虑不确定性输入影响下, 叶顶平均  $\eta$  近似服从正态分布, 如图 16 所示,  $\eta$  的均值为 0.091 0, 标准差为 0.018 8。  $\eta$  的均值较确定性工况下的设计值提高了 11.28%, 且  $\eta$  低于 90% 设计值的概率仅为 12.74%, 气膜冷却凹槽状叶顶的传热冷却性能鲁棒性较强。

图 17 给出了叶顶气膜冷却效率  $\eta$  及其偏差沿叶顶中弧线方向的分布。叶顶沿中弧线方向不同位置处的  $\eta$  受冷气

分布的影响很大。在9个气膜孔下游气膜覆盖的局部区域,  $\eta$  的均值较大, 局部峰值在0.35~0.55之间。由于气膜孔的间距较为稀疏, 在气膜孔之间, 未受冷气覆盖的区域,  $\eta$  的均值较小, 普遍

低于0.1, 且这些区域  $\eta$  的标准差相较于其均值偏大, 即冷却效果差且鲁棒性较差。在靠近尾缘的区域, 压力侧角涡卷吸的射流冷气在此处堆积, 也使得该区域  $\eta$  的均值较大。

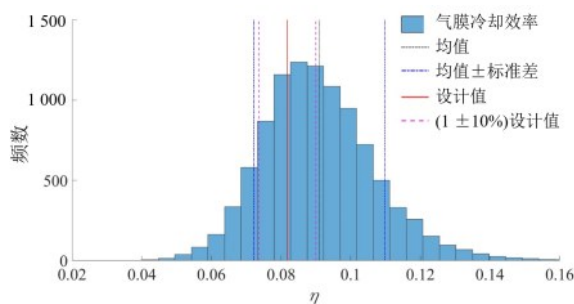


图 16 叶顶气膜冷却效率的统计结果

Fig. 16 Statistical results of blade tip film cooling effectiveness

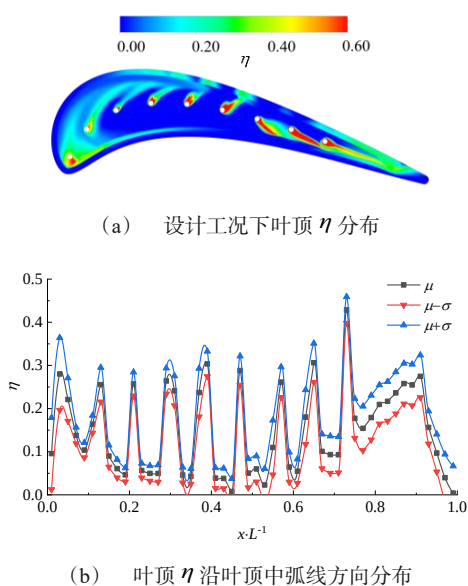


图 17 叶顶气膜冷却效率的分布

Fig. 17 Distribution of film cooling effectiveness at blade tip

图 18 为对比确定性设计工况和不确定性输入作用下, 叶顶气膜冷却效率  $\eta$  的二维分布情况。不确定性输入作用下,  $\eta$  的均值在数值上与确定性设计工况下的  $\eta$  接近, 且二者的分布情况也大体相同, 这说明在所给的不确定性输入作用范围内, 气膜冷却凹槽状叶顶的传热冷却性能对小幅度不确定性扰动的响应近似呈线性, 叶顶凹槽内的流场和冷却气膜的流场结构主要由平均几何构型和平均工况决定, 受小幅度不确定性扰动的影响较小, 故不确定性输入作用下,  $\eta$  的均值与确定性设计工况下  $\eta$  的分布相近。

图 19 给出了叶顶  $\eta$  标准差的等值线云图, 可以看出, 气膜孔下游冷却气膜覆盖的  $\eta$  均值较大的区域, 其标准差也较大, 即对不确定性输入较为敏感,

响应梯度较大, 在鲁棒性优化设计中仍需重点关注。

图 18 确定性与不确定性输入作用下叶顶气膜冷却效率等值线云图对比  
Fig. 18 Comparison of contour cloud maps of blade tip film cooling effectiveness under deterministic and uncertain inputs

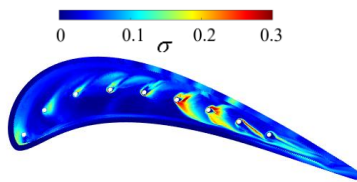
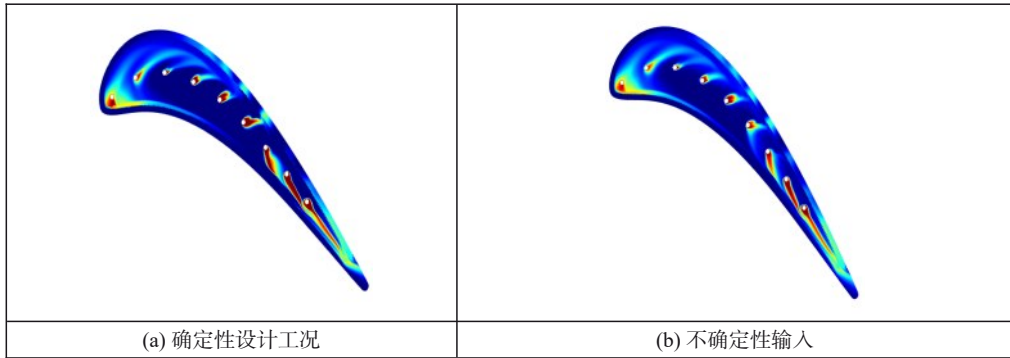
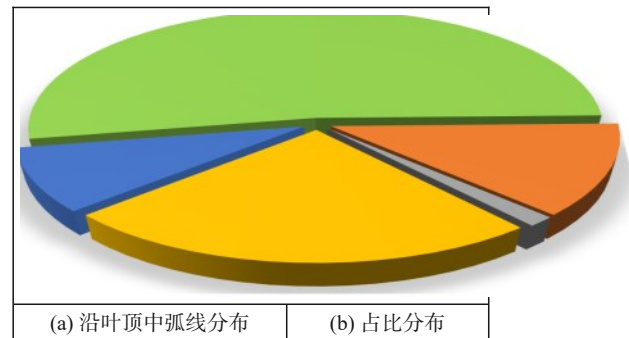


图 19 叶顶气膜冷却效率标准差等值线云图  
Fig. 19 Contour of the standard deviation of film cooling effectiveness at the blade tip

对  $\eta$  进行敏感性分析, 图 20 给出了各不确定性输入对叶顶平均  $\eta$  的方差占比。各交互效应中, 叶顶间隙  $S$  和主流进口总压  $P$  的二阶交互效应仅为 3.77%, 其余交互效应均小于 1% 甚至为 0, 对不确定性的贡献几乎可以忽略不计, 且一阶效应与总效应结果相近, 故以总效应方差占比为指标进行敏感性分析。在 5 个不确定性输入中,  $S$  的方差占比最大, 高达 52.43%;  $D$  和  $P$  次

之, 分别为 24.91% 和 12.52%;  $M$  和  $T$  最小, 均小于 10%。由此可知, 在所给的不确定性输入条件下, 几何结构偏差对  $\eta$  的不确定性贡献最大。考察各不确定性输入总效应方差占比沿中弧线方向的分布,  $S$  在整个中弧线方向上, 方差占比几乎都是最大的, 普遍大于 0.5, 对  $\eta$  的不确定性贡献最大;  $D$ 、 $P$ 、 $M$  在整个中弧线方向上, 方差占比基本在 0.1 附近波动。



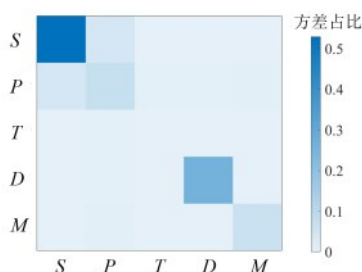


图20 各不确定性输入对叶顶气膜冷却效率的方差占比

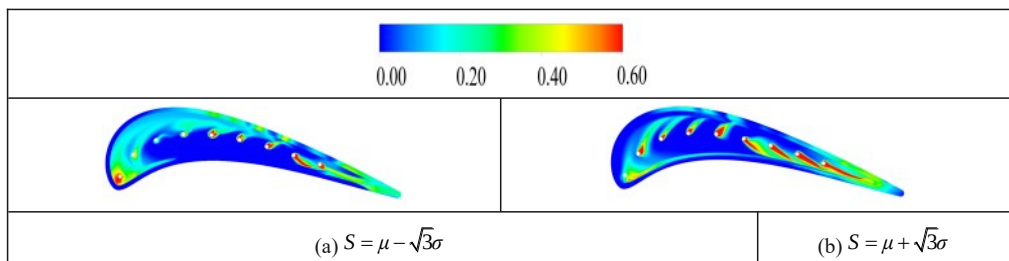
Fig. 20 Variance proportion of uncertain inputs of film cooling effectiveness at blade tip

(c) 热图

由于叶顶间隙  $S$  对叶顶气膜冷却效率  $\eta$  的方差占比最大, 因此进一步考察  $S$  对  $\eta$  的作用机理, 计算了  $S$  在设计值上、下  $\sqrt{3}\sigma$  下的  $\eta$ , 结果如图21所示。由图可知,  $S$  的变动会显著影响泄漏流流量, 甚至改变叶顶间隙内, 泄漏流的流场结构。当  $S$  减小时, 泄漏量减小, 泄漏流对叶顶的冲刷减弱, 叶顶受气膜覆盖区域更大,  $\eta$  增大。

图21 不同叶顶间隙下叶顶气膜冷却效率分布

Fig. 21 Distribution of film cooling effectiveness at different tip clearances



由于气膜孔孔径  $D$  和主流进口总压  $P$  对叶顶气膜冷却效率  $\eta$  的总效应方差占比仅次于  $S$ , 因此进一步考察  $D$  和  $P$  对  $\eta$  的作用机理, 计算了  $D$  和  $P$  在设计值  $\mu$  上、下相差  $\sqrt{3}\sigma$  下的  $\eta$ , 结果如图22和图23所示。由图可知,  $D$  的增加基本不改变叶顶  $\eta$  的整体分布情况, 而是通过增加气膜孔下游冷却气膜的覆盖面积来增加  $\eta$ 。 $P$  的减少会降低主流和泄漏流的流量, 高温泄漏流对叶顶冲刷作用减弱, 对叶顶覆盖冷却气膜的破坏作用减弱,  $\eta$  增大。

## 4 结论

本文发展了一种 Sobol 敏感性指数自适应采样的 PCE 方法, 在精度相近的条件下提高了计算效率。将其应用于叶顶间隙、主流进口总压、总温、气膜孔孔径和吹风比对涡轮动叶气膜冷却凹槽状叶顶气热性能影响的不确定性量化研究中, 得到如下主要结论。

(1) 在不确定性输入作用下, 叶顶间隙泄漏量和总压损失系数的均值, 与确定性工况下的设计值相近, 但泄漏量和总压损失系数高于110%设计值的概



率分别为 40.48% 和 17.28%，气动性能鲁棒性较差。下游总压损失系数在 0.9 倍叶高附近，存在由泄漏涡导致的均值峰值，且该区域附近的标准差较大。

图 22 不同气膜孔孔径下叶顶气膜冷却效率分布

Fig. 22 Distribution of film cooling effectiveness at different film cooling hole diameters

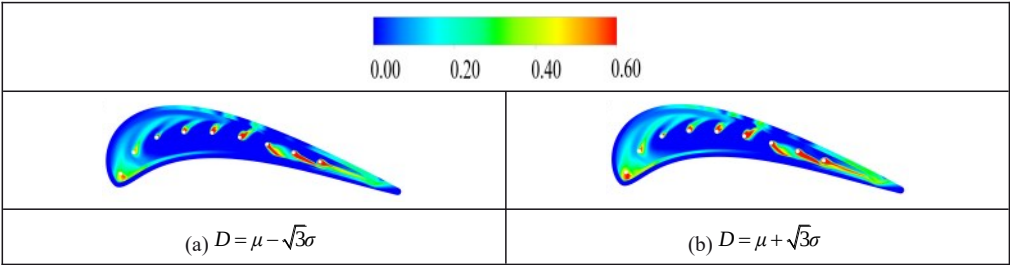
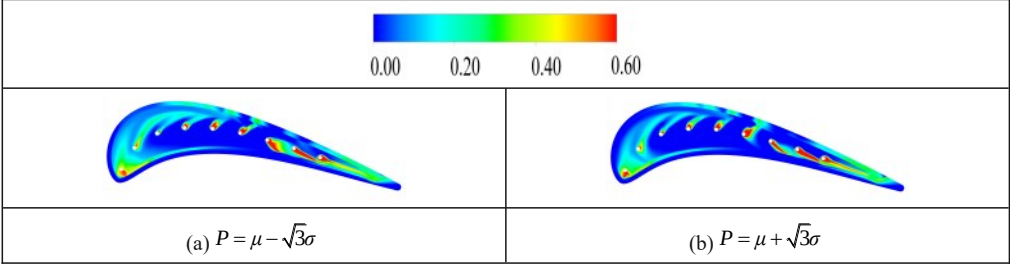


图 23 不同主流进口总压下叶顶气膜冷却效率分布

Fig. 23 Distribution of film cooling effectiveness at different mainstream total pressures



(2) 叶顶气膜冷却效率  $\eta$  低于 90% 设计值的概率仅为 12.74%，气膜冷却凹槽状叶顶的传热冷却性能鲁棒性较强。但气膜孔下游冷气覆盖的区域  $\eta$  的均值较大，标准差也较大， $\eta$  对不确定性输入较敏感，该问题仍需在后续的冷却性能鲁棒性设计中得到关注。

(3) 在所给的不确定性输入条件下，几何偏差主导了气动性能的不确定性，叶顶间隙对泄漏量和总压损失系数的方差占比分别高达 94.47% 和 94.34%，是气动性能不确定性的主导因素。叶顶间隙的减小，会使泄漏涡显

著减小，使下游总压损失系数减小。

(4) 对于传热冷却性能，叶顶间隙依然是主导因素，总效应方差占比达 52.43%；气膜孔孔径和主流总压的作用也不可忽略，总效应方差占比分别为 24.91% 和 12.52%。叶顶间隙的减小，会使泄漏量减小，泄漏流对叶顶的冲刷减弱，气膜冷却效率增大。

参考文献

[1] Kwak J S, Han J C. Heat transfer coefficients on the squealer tip and near squealer tip regions of a gas turbine blade [J]. Journal of Heat Transfer, 2003, 125

- (4): 669-677.
- [2] Ahn J, Mhetras S, Han J C. Film-cooling effectiveness on a gas turbine blade tip using pressure-sensitive paint [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2005, 127(5): 521-530.
- [3] 杜昆, 李军. 跨声速涡轮叶顶间隙流动传热特性的数值研究 [J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(4): 147-152.  
Du Kun, Li Jun. Numerical investigations on flow and heat transfer characteristics of transonic turbine blade tips [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(4): 147-152.
- [4] 周治华, 陈绍文, 李伟航, 等. 叶顶凹槽间隙气膜冷却的传热数值研究 [J]. *推进技术*, 2018, 39(3): 575-582.  
Zhou Zhihua, Chen Shaowen, Li Weihang, et al. Heat transfer numerical research on film cooling of tip groove clearance [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2018, 39(3): 575-582.
- [5] 姜世杰, 李志刚, 李军. 凹槽状小翼对涡轮动叶叶顶气动和传热性能的影响 [J]. *西安交通大学学报*, 2019, 53(9): 7-14.  
Jiang Shijie, Li Zhigang, Li Jun. Effects of squealer winglet on the aerodynamic and heat transfer performances of turbine rotor blade tip [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2019, 53(9): 7-14.
- [6] 姜世杰, 李志刚, 李军. 肋条布局对涡轮动叶凹槽状叶顶传热和气动性能的影响研究 [J]. *推进技术*, 2020, 41(5): 1103-1111.  
Jiang Shijie, Li Zhigang, Li Jun. Effects of rib layout on heat transfer and aerodynamic performance of turbine rotor blade squealer tip [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2020, 41(5): 1103-1111.
- [7] 郑新前, 王钧莹, 黄维娜, 等. 航空发动机不确定性设计体系探讨 [J]. *航空学报*, 2023, 44(7): 1-18.
- Zheng Xinqian, Wang Junying, Huang Weina, et al. Uncertainty-based design system for aeroengines [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(7): 1-18.
- [8] Wang Junying, Zheng Xinqian. Review of geometric uncertainty quantification in gas turbines [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2020, 142(7): 070801.
- [9] Bunker R S. Axial turbine blade tips: function, design, and durability [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2006, 22(2): 271-285.
- [10] Montomoli F, Massini M, Salvadori S. Geometrical uncertainty in turbomachinery: tip gap and fillet radius [J]. *Computers & Fluids*, 2011, 46(1): 362-368.
- [11] 宋英杰, 聂俊, 郭振东, 等. 高温叶片换热性能不确定性量化 [J]. *工程热物理学报*, 2015, 36(8): 1666-1671.  
Song Yingjie, Nie Jun, Guo Zhendong, et al. Uncertainty quantification of heat transfer performance of high temperature blade [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2015, 36(8): 1666-1671.
- [12] De Maesschalck C, Lacor C, Paniagua G, et al. Performance robustness of turbine squealer tip designs due to manufacturing and engine operation [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2017, 33(3): 740-749.
- [13] Shi Wei, Chen Pingting, Li Xueying, et al. Uncertainty quantification of the effects of squealer tip geometry deviation on aero-thermal performance [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part A Journal of Power and Energy*, 2020, 234(7): 1026-1038.

- [14] 肖东, 李琛玺, 宋立明, 等. 凹槽深度及吹风比的不确定性对动叶叶顶冷却特性影响研究 [J]. 工程热物理学报, 2020, 41(7): 1627-1634.
- Xiao Dong, Li Chenxi, Song Liming, et al. Influence of uncertainties arising from squealer depth and blowing ratio on cooling characteristics of rotor tips [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2020, 41(7): 1627-1634.
- [15] 罗佳奇, 陈泽帅, 邹正平, 等. 低压涡轮铸造叶片几何不确定性统计 [J]. 航空学报, 2023, 44(6): 305-320.
- Luo Jiaqi, Chen Zeshuai, Zou Zhengping, et al. Statistics on geometric uncertainties of casting blades in low-pressure turbines [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(6): 305-320.
- [16] 夏志恒, 罗佳奇. 涡轮叶片来流角扰动不确定性量化分析 [J]. 航空动力学报, 2020, 35(3): 519-531.
- Xia Zhiheng, Luo Jiaqi. Uncertainty quantification of inlet incidence angle variation for turbine blade [J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(3): 519-531.
- [17] Huang Ming, Li Zhigang, Li Jun. Robustness analysis on the aerothermal performance of turbine blade squealer tip [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2022, 144(7): 071011.
- [18] Kwak J S, Han J C. Heat transfer coefficients and film cooling effectiveness on the squealer tip of a gas turbine blade [J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(4): 648-657.
- [19] Wiener N. The homogeneous chaos [J]. American Journal of Mathematics, 1938, 60(4): 897-936.
- [20] Soize C, Ghanem R. Physical systems with random uncertainties: chaos representations with arbitrary probability measure [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2004, 26(2): 395-410.
- [21] Xiu Dongbin, Karniadakis G E. The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2002, 24(2): 619-644.
- [22] Zhang Jiaxin. Modern Monte Carlo methods for efficient uncertainty quantification and propagation: a survey [J]. WIREs Computational Statistics, 2021, 13(5): e1539.
- [23] 王鹏, 修东滨. 不确定性量化导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- [24] 陈鑫, 王刚, 叶正寅, 等. CFD不确定度量化方法研究综述 [J]. 空气动力学学报, 2021, 39(4): 1-13.
- Chen Xin, Wang Gang, Ye Zhengyin, et al. A review of uncertainty quantification methods for computational fluid dynamics [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2021, 39(4): 1-13.
- [25] Sudret B. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2008, 93(7): 964-979.
- [26] Hosder S, Walters R W, Balch M. Efficient sampling for non-intrusive polynomial chaos applications with multiple uncertain input variables [C]//48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2007: AIAA 2007-1939.
- [27] 熊芬芬, 陈江涛, 任成坤, 等. 不确定性传播的混沌多项式方法研究进展 [J]. 中国舰船研究, 2021, 16(4): 19-36.

- Xiong Fenfen, Chen Jiangtao, Ren Chengkun, et al. Recent advances in polynomial chaos method for uncertainty propagation [J]. Chinese Journal of Ship Research, 2021, 16(4): 19-36.
- [28] Wunsch D, Hirsch C, Nigro R, et al. Quantification of combined operational and geometrical uncertainties in turbomachinery design [C]//ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition. New York, NY, USA: ASME, 2015: V02CT45A018.